1. $107! = \underbrace{\overbrace{1.2.3\ldots9}^{9\text{ sayı}}}_{9\text{ rakam}}.\underbrace{\overbrace{10\ldots99}^{90\text{ sayı}}}_{180\text{ rakam}}.\underbrace{\overbrace{100.101\ldots107}^{8\text{ sayı}}}_{24\text{ rakam}}$

Toplam kullanılan rakam sayısı

$9 + 180 + 24 = 213$

olduğundan 213 basamaklı sayı oluşur.

Cevap: E

2. $\dfrac{(a-b+1)!-(a-b)!}{(a-b)!}$

$= \dfrac{(a-b+1).(a-b)!-(a-b)!}{(a-b)!}$

$= \dfrac{(a-b)!(a-b+1-1)}{(a-b)!}$

$= \dfrac{(a-b)!.(a-b)}{(a-b)!}$

$= a-b$

Cevap: B

3.

$$\begin{array}{l|l} 51 & 2 \\ \hline \end{array}$$

51 ÷ 2 → 25, 25 ÷ 2 → 12, 12 ÷ 2 → 6, 6 ÷ 2 → 3, 3 ÷ 2 → 1

$m = 25 + 12 + 6 + 3 + 1 = 47$

sayının çift olmasını istediğinden 2'lerden 1 tanesi paya bırakılır: $m = 46$

Cevap: D

4. $\dfrac{30!}{6^n}$ sayısı bir tamsayı ise 30! sayısı 6^n'e tam bölünmelidir.

$\dfrac{30!}{3^n.2^n} \Rightarrow$ n'nin en büyük değeri

30 ÷ 3 → 10, 10 ÷ 3 → 3, 3 ÷ 3 → 1

$10 + 3 + 1 = 14$ olur.

O halde n sayısı 0, 1, …, 14 değerlerini alabilir ve toplamları

$0 + 1 + 2 + \ldots + 14 = \dfrac{14.15}{2} = 105$ olur.

Cevap: B

5. $\dfrac{37!}{8^n}$ sayısının tamsayı olabilmesi için 37! sayısının 8^n'e tam bölünmesi gerekir.

$\dfrac{37!}{2^{3n}} \Rightarrow$ n'nin en büyük değeri

37 ÷ 3 → 18, 18 ÷ 2 → 9, 9 ÷ 2 → 4, 4 ÷ 2 → 2, 2 ÷ 2 → 1

$3n = 18 + 9 + 4 + 2 + 1$

$3n = 34$ (3'e tam bölünmediğinden 33'e bakılır)

$3n = 33$

$n = 11$ olur.

Cevap: B

6. $32! = 36.2^n.3^m.k$

$32! = 2^2.3^2.2^n.3^m.k$

$32! = 2^{n+2}.3^{m+2}.k$

- n + 2'nin en büyük değeri,

$$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$\Rightarrow 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = n + 2$

$31 = n + 2$

$n = 29$

- m + 2'nin en büyük değeri

$$\begin{array}{r|l} 32 & 3 \\ 10 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$\Rightarrow 10 + 3 + 1 = m + 2$

$14 = m + 2$

$m = 12$

$\Rightarrow n + m = 29 + 12 = 41$ olur.

Cevap: B

7. $\dfrac{2.4.6.....80}{2^n} = \dfrac{2.1.2.2.2.3...2.40}{2^n}$

$= \dfrac{2^{40}.40!}{2^n} \Rightarrow$
$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 5 \\ 5 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$20 + 10 + 5 + 2 + 1 = 38$

$\Rightarrow \dfrac{2^{40}.A.2^{38}}{2^n} = \dfrac{2^{78}.A}{2^n}$

n en çok 78 olabilir. Ama sonucun çift sayı olması için paydaki 2'lerden birini almayız. O halde n en çok 78 – 1 = 77 olur.

Cevap: B

8. a'nın büyük olması için x, y, z büyük seçilir.

$x = 7,\ y = 8,\quad z = 9$ için

$x! + y! + z! = 3^a.b$

$7! + 8! + 9! = 3^a.b$

$7!(1 + 8 + 9.8) = 3^a.b$

$7!.81 = 3^a.b \Rightarrow \left(\begin{array}{r|l} 7 & 3 \\ & 2 \end{array} \Rightarrow 7! = 3^2.x \right)$

$\downarrow$

$3^2.x.3^4 = 3^a.b$

$3^6.x = 3^a.b \Rightarrow$ a en fazla 6 olur.

Cevap: D

9. n! sayısının sondan kaç basamağının 0 olduğunu anlamak için içindeki 5'in kuvvetlerine bakılır.

$$\begin{array}{r|l} n & 5 \\ 12 & 5 \\ 2 & \end{array}$$

$12 + 2 = 14 \Rightarrow$ Son 14 basamak 0

O halde n sayısı 5'e bölündüğünde bölümü 12'yi veren en büyük sayı

$n = 5.12 + 4 = 64$ seçilebilir.

Cevap: E

10.
- x, y, z ardışık sayılar olduğundan $x = n$, $y = n + 1$ ve $z = n + 2$ olsun.
- $x! + y! + z! = n! + (n + 1)! + (n + 2)!$

$= n! + (n + 1).n! + (n + 2).(n + 1).n!$

$= n!(1 + n + 1 + (n12)(n + 1))$

$= n!(n^2 + 4n + 4)$

$= n!.(n + 2)^2$

$\Rightarrow n!.(n + 2)^2$ ifadesinin 12'nin katı olması için n <u>en az</u> 4 olabilir.

$n = 4$ için $4!.6^2 = 24.36 \Rightarrow$ 12'nin katı

O halde $x = n = 4$ olur.

Cevap: D

11. $10! = (x)_{9!} \Rightarrow$

$$\begin{array}{r|l} 10! & 9! \\ \hline -\,10! & 10 \\ 0 & \end{array}$$

$x = 100$ olur.

Cevap: D

12. • $41! - 40! = 41.40! - 40!$

$= 40!.(41 - 1)$

$= 40!.40$

• $40!.40 = 10^x.y \Rightarrow$ x'in en büyük değeri ifadenin sondan kaç basamağının 0 olduğunu verir.

$40!.40 = 5^x.2^x.y$

$40 \div 5 = 8$, $8 \div 5 = 1$

$8 + 1 = 9$

$\Rightarrow 5^9.A.5.8 = 5^x.2^x.y$

$5^{10}.A.8 = 5^x.2^x.y$

$\Rightarrow x = 10$ olur.

Cevap: C

13. • $x = \dfrac{41!}{11!}$

$41 \div 5 = 8$, $8 \div 5 = 1$

$8 + 1 = 9$ basamak 0

$11 \div 5 = 2$ basamak 0

$\Rightarrow x = \dfrac{41!}{11!} = \dfrac{A.10^9}{B.10^2} = c.10^7$ son 7 basamak 0 olur.

• $y = \dfrac{38!}{10!}$

$38 \div 5 = 7$, $7 \div 5 = 1$

$7 + 1 = 8$ basamak 0

$10 \div 5 = 2$ basamak 0

$\Rightarrow y = \dfrac{38!}{10!} = \dfrac{D.10^8}{F.10^2} = H.10^6$

O halde $x + y = C.10^7 + H.10^6 = (10.C + H).10^6$

$\rightarrow$ 6 basamak 0 olur.

Cevap: D

14. $x, y \in Z^+$ olmak üzere

$25! = 6^x.y \rightarrow$ x'in en büyük değeri 25! sayısının 6 tabanında sondan kaç basamağının 0 olduğunu gösterir.

$25! = 3^x.2^x.y$ (Büyük asal çarpana bakılır)

$25 \div 3 = 8$, $8 \div 3 = 2$

$\rightarrow 8 + 2 = 10$ basamak 0

$$\Rightarrow \begin{array}{r} (\ldots a\overbrace{0\ldots000}^{10\text{ tane}})_6 \\ -\quad 1 \\ \hline \ldots\underbrace{5\ldots555}_{10\text{ tane}} \end{array}$$

Cevap: A