

30 GÜNDE DGS
TEK.
6. GÜN

- *Fonksiyon-Dizi*
- 

1. $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}$
 $\Rightarrow f(1) = \frac{1-1}{2 \cdot 1 + 1} = \frac{0}{3} = 0$
 $\Rightarrow f(-2) = \frac{-2-1}{2 \cdot (-1) + 1} = \frac{-3}{-3} = 1$
 $\Rightarrow 3f(1) + 2 \cdot f(-2) = 3 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 2$

Cevap: E

2. $f(3) = \sqrt{1 + \sqrt{3+1}} = \sqrt{3}$
 $f(8) = \sqrt{1 + \sqrt{8+1}} = \sqrt{1 + \sqrt{9}} = 2$
 $f(3) \cdot f(8) = 2\sqrt{3}$

Cevap: C

3. $g(x - f(x)) = 5f(x) - 4$ ifadesinde $x = 5$ yazarsak,
 $g(5 - f(5)) = 5f(5) - 4 \quad (f(5) = -2)$
 $g(5 - (-2)) = 5 \cdot (-2) - 4$
 $g(7) = -10 - 4 = -14$ olur.

Cevap: C

4. $f(x) = 2x + 4$, $g(x) = 3x - 1$
 $f(a) = 2a + 4$ $g(a) = 3a - 1$
 $(f \circ g)(a) = 2f(a)$
 $f(g(a)) = 2f(a)$
 $f(3a - 1) = 2(2a + 4)$
 $2 \cdot (3a - 1) + 4 = 4a + 8$
 $6a - 2 + 4 = 4a + 8$
 $6a - 4a = 8 - 2$
 $2a = 6 \Rightarrow a = 3$ bulunur.

Cevap: B

5. $g(x) = ax + b$ olsun.
 $g(x + 1) = a(x + 1) + b$
 $= ax + a + b$
• $g(x+1) = g(x) + 4$
 $ax + a + b = ax + b + 4$
 $a = 4$ bulunur ise $g(x) = 4x + b$ 'dir.
• $g(4) = 4 \cdot 4 + b = 10$
 $b = 10 - 16$
 $b = -6$
• $f(x) + 4x - 6 = 2x^2 + 4x - 6$
 $f(x) = 2x^2$
 $f(3) = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$

İk. yol:

$x = 3$ için
 $\frac{f(3) + g(3)}{2} = 3^2 + 2 \cdot 3 - 3$
 $\frac{f(3) + g(3)}{2} = 12$ ise $f(3) + g(3) = 24$ olur.
 $g(x+1) = 9(x) + 4$
 $x = 3$ için $g(4) = g(3) + 4$
 $g(4) = 10$ olduğuna göre $10 = g(3) + 4$
 $g(3) = 6$
O halde $f(3) + 6 = 24$
 $f(3) = 18$ olur.

Cevap: A

6. $f(a \cdot x) = \frac{f(x)}{a^2}$
 $f(40) = 45$ $f(60) = ?$
 $\downarrow$
 $a \cdot 40 = 60 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$
 $f(60) = f\left(\frac{3}{2} \cdot 40\right) = \frac{f(40)}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{45}{\frac{9}{4}} = \frac{45}{9} \cdot \frac{4}{1} = 20$

Cevap: B

7. • $g(16) = \sqrt{16} + 3 = 7$

• $(f \circ g)(16) = 48$

$f(g(16)) = 48$

$f(7) = 48$

$\Rightarrow f(7) = k \cdot 7^2 - 50 = 48$

$49k = 98$

$k = 2$

O halde $f(x) = 2x^2 - 50$ olur.

$f(5) = 2 \cdot 5^2 - 50 = 0$ olur.

Cevap: C

8. • $f(x) = 2x - 3 \Rightarrow f(x + 1) = 2(x + 1) - 3$

$f(x + 1) = 2x + 2 - 3$

$f(x + 1) = 2x - 1$

• $f(x) = 2x - 3 \Rightarrow (2x) = f(x) + 3$

$\Rightarrow f(x + 1) = (2x) - 1 = f(x) + 3 - 1$

$f(x + 1) = f(x) = f(x) + 2$

Cevap: D

9. $f(2\sqrt{2}) + f(2\sqrt{3}) + f(4)$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $\sqrt{8} \quad \sqrt{12} \quad \sqrt{16}$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $(\sqrt{8})^2 + (\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}) + (4 - 10)$

$8 + 6 - 6 = 8$

Cevap: E

10. $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x \text{ rasyonel ise} \\ x^4 & x \text{ rasyonel değil} \end{cases}$

$(f \circ f)(\sqrt{3}) \Rightarrow f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^4 = 9$

$\Rightarrow f(g) = 2 \cdot 9 - 1 = 17$

Cevap: B

11. $f(n) = \begin{cases} n + 1, & n \text{ çift} \\ n - 1 & n \text{ tek} \end{cases}$

$(f \circ f)(3) \Rightarrow f(3) = 3 - 1 = 2$

$\Rightarrow f(2) = 2 + 1 = 3$

$\Rightarrow (f \circ f)(3) + f(a) = 10 + 1$

$3 + f(a) = 11$

$f(a) = 8 = 9 - 1$

$\downarrow$

9 ise olur.

Cevap: C

12. $g(x + 2) = g(x) + 6$

$g(5) \text{ için } x = 3$

$g(3 + 2) = g(3) + 6$

$g(5) = g(3) + 6$

$11 = g(3) + 6 \Rightarrow g(3) = 5$

* $g(3) \text{ için } x = 1$

$g(1 + 2) = g(1) + 6$

$g(3) = g(1) + 6$

$5 = g(1) + 6 \Rightarrow g(1) = -1$

$f(1) \text{ için } x = 1$

$\frac{f(1) + g(1)}{3} = 2 \cdot 1 + 6 = 8$

$f(1) - 1 = 24$

$f(1) = 24 + 1 = 25 \text{ bulunur.}$

Cevap: E

13. $(g \circ f)(2) = g(f(2))$

$f(2) = 2 + 1 = 3$ olduğundan

$\Rightarrow g(f(2))$

$g(3) = f(3) = 3 + 1 = 4$

$\Rightarrow g(4)$

$g(4) = g(3) + f(5)$

$= 4 + (5 + 1)$

$= 10$

Buna göre; $(g \circ f)(2) = 10$ olur.

Cevap: B

14. $f(10) = 2 \cdot f(10-1) = 14$

$f(9) = 7$

★ $f(3) = f(5) - 1$

★★ $f(5) = f(7) - 1$

$f(7) = f(9) - 1 \Rightarrow f(7) = 7 - 1 = 6$

$f(5) = 6 - 1 = 5$ $f(3) = 5 - 1 = 4$

Cevap: A

15. • $x = 2$ için $g(f(2)) = g(2) \cdot f(2)$ olur.

• $x = 2$ için $g(2) = 3 \cdot 2 + 4 = 10$ olur.

• $g(f(2)) = 3f(2) + 4$ olur.

O halde $3f(2) + 4 = 10f(2)$

$7f(2) = 4$ ve $f(2) = \frac{4}{7}$ olur.

Cevap: C

16. $x = 0$ için

$\frac{3 - (f \circ g)(0)}{g(0) + 1} = 0 + 1$

$3 - f(g(0)) = g(0) + 1$

$3 - (2g(0) + 1) = g(0) + 1$

$3 - 2g(0) - 1 = g(0) + 1$

$1 = 3g(0)$

$g(0) = \frac{1}{3}$

Cevap: D

17. f ve g fonksiyonları için

$(f \circ g)(x) = 2g(x) + 3$

$f(g(x)) = 2g(x) + 3$

$g(x) = t$ diyelim $f(t) = 2t + 3$ olur.

Buna göre $f(3) = 2 \cdot 3 + 3 = 9$ bulunur.

Cevap: E

18. $x = 5$ için $\frac{f(5-1)}{f(5-2)} = 4 \Rightarrow f(4) = 4 \cdot f(3)$

$f(4) = 4 \cdot 10 = 40$

$x = 6$ için $\frac{f(6-1)}{f(6-2)} = 4 \Rightarrow f(5) = 4 \cdot f(4)$

$f(5) = 4 \cdot 40 = 160$ olur.

Cevap: D

19. • $f(x) = 2^{x+2} + 4 \Rightarrow f(x+2) = 2^{x+2+2} + 4$

• $f(x+2) = 2^{x+4} + 4$

$\Rightarrow f(x+2) = 2^{x+2} \cdot 2^2 + 4$

$= (f(x) - 4) \cdot 4 + 4$

$= 4f(x) - 16 + 4$

$= 4f(x) - 12$

Cevap: A

20. $(f \circ g)(x) = f(x) + g(x)$

$f(g(x)) = f(x) + g(x)$

$3g(x) - 2 = 3x - 2 + g(x)$

$3g(x) - g(x) = 3x$

$2g(x) = 3x$

$g(x) = \frac{3x}{2}$

$g(6) = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9$

Cevap: B

21. $f(x) = c (c \in \mathbb{R})$

$g(x) = x$

$\Rightarrow f(2x) + g(4x + 7) = f(100x) + 6x - 9$

$c + 4x + 7 = c + 6x - 9$

$4x + 7 = 6x - 9$

$7 + 9 = 6x - 4x$

$16 = 2x$

$8 = x$

Cevap: E

22. $f(x) = ax + b$ (Doğrusal fonksiyon)

$f(3) = 15 \Rightarrow -/ 3a + b = 15$

$f(5) = 25 \Rightarrow + 5a + b = 25 \rightarrow 25 + b = 25$

$2a = 10$

$a = 5$

$b = 0$

$\Rightarrow f(x) = 5x$

$f(-5) = 5 \cdot -5 = -25$

Cevap: C

23. $g(x + 1) = g(x) + 4$

• $x = 3 \rightarrow g(4) = g(3) + 4$

$10 = g(3) + 4$

$6 = g(3)$

• $x = 2 \rightarrow g(3) = g(2) + 4$

$6 = g(2) + 4$

$2 = g(2)$

$\Rightarrow \frac{f(x) + g(x)}{2} = x^2 + 2x - 3$

$x = 2 \rightarrow \frac{f(2) + g(2)}{2} = 2^2 + 2 \cdot 2 - 3$

$\frac{f(2) + 2}{2} = 5 \Rightarrow f(2) + 2 = 10$

$f(2) = 8$

Cevap: D

24. $f(x) = \frac{1}{3} f(x + 3)$

$x = 8 \Rightarrow f(8) = \frac{1}{3} \cdot f(11)$

$3 = \frac{1}{3} \cdot f(11)$

$9 = f(11)$

Cevap: E

25. $f(x) = x + f(x+1)$ ve $f(4) = 16$ ise

$x = 4 \Rightarrow f(4) = 4 + f(5)$

$x = 5 \Rightarrow f(5) = 5 + f(6)$

$x = 6 \Rightarrow + f(6) = 6 + f(7)$

$f(4) + f(5) + f(6) = 15 + f(5) + f(6) + f(7)$

$16 = 15 + f(7) \Rightarrow f(7) = 1$

Cevap: E

26. • $n = 4$ için $f(5) = 4 \cdot f(4) + 5$

$129 = 4 \cdot f(4) + 5$

$124 = 4 \cdot f(4)$

$31 = f(4)$

• $n = 3$ için $f(4) = 3 \cdot f(3) + 4$

$31 = 3 \cdot f(3) + 4$

$27 = 3 \cdot f(3)$

$9 = f(3)$

• $n = 2$ için $f(3) = 2 \cdot f(2) + 3$

$9 = 2 \cdot f(2) + 3$

$6 = 2 \cdot f(2)$

$3 = f(2)$

• $n = 1$ için $f(2) = f(1) + 2$

$3 = f(1) + 2$

$1 = f(1)$

Cevap: A

27. $f(x+1) - f(x) = 3$

$x = 1 \rightarrow f(2) - f(1) = 3$

$x = 2 \rightarrow f(3) - f(2) = 3$

$x = 3 \rightarrow f(4) - f(3) = 3$

$\vdots$

$x = 89 \rightarrow f(90) - f(89) = 3$

+

$f(90) - f(1) = 89 \cdot 3$

$f(90) - f(1) = 267$

$f(90) - 5 = 267$

$f(90) = 272$

Cevap: A

28. • $y = 9$

$x = 3 \quad f\left(\frac{9}{3}\right) = \frac{f(9)}{f(3)}$

$f(3) = \frac{f(9)}{f(3)}$

$f^2(3) = f(9)$

$2^2 = f(9)$

$4 = f(9)$

• $y = 27 \Rightarrow f\left(\frac{27}{9}\right) = \frac{f(27)}{f(9)}$

$f(3) = \frac{f(27)}{f(9)}$

$2 = \frac{f(27)}{4}$

$\Rightarrow f(27) = 8$

29. $(f \circ g)(x) = 81 \cdot f(x)$

$f(g(x)) = 81 \cdot f(x)$

$9^{g(x)} = 81 \cdot 9^x$

$9^{g(x)} = 9^{x+2} \Rightarrow g(x) = x + 2$

O halde $g(2) = 3 + 2 = 5$

Cevap: C

Cevap: D

yer ve işaret değişir.

30. $f(x) = \frac{-3x+8}{5x+2}$

$f^{-1}(x) = \frac{-2x+8}{5x+3}$

Cevap: A

31. $f(x) = x^2 + 6x + 5$

$\Rightarrow f(x) = x^2 + 6x + 5 + 4 - 4$

$y = x^2 + 6x + 9 - 4$

$y = (x+3)^2 - 4$

$y+4 = (x+3)^2$

$\sqrt{y+4} - 3 = x$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+4} - 3$

Cevap: A

32. $f^{-1}(12) = 2 \Rightarrow f(2) = 12$

$f(x) = x^2 + 2x + a$

$f(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 + a = 12$

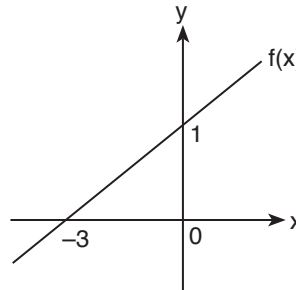
$4 + 4 + a = 12$

$8 + a = 12$

$a = 4$

Cevap: E

33.



$\frac{x}{-3} + \frac{f(x)}{1} = 1$

$\frac{-x+3f(x)}{3} = 1$

$-x+3f(x) = 3$

$3f(x) = x+3$

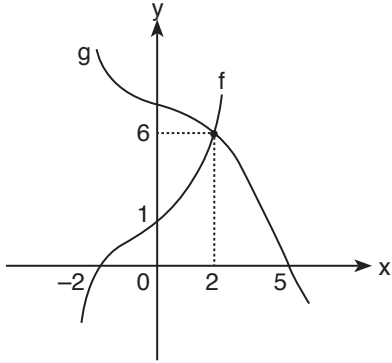
$f(x) = \frac{x+3}{3}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = +3x - 3$

$f^{-1}(2) + f(-6) = 3 \cdot 2 - 3 + \frac{-6+3}{3} = 3 - 1 = 2$

Cevap: E

34.



$$\begin{aligned} f^{-1}(g(2)) + g^{-1}(f(-2)) &= f^{-1}(6) + g^{-1}(0) \\ \underbrace{\quad\quad\quad}_6 &\quad \underbrace{\quad\quad\quad}_0 = 2 + 5 \\ &= 7 \end{aligned}$$

Cevap: D

$$\begin{aligned} 35. \quad & \left. \begin{aligned} f(2) = a \text{ olsun. } g^{-1}(a) = 2 \text{ olur.} \\ f(3) = 0 \\ f^{-1}(5) = -2 \end{aligned} \right\} 2 + 0 - 2 = 0 \end{aligned}$$

Cevap: A

$$36. \quad a_n = \frac{4+n}{2} \cdot a_{n-1}$$

$$n=3 \rightarrow a_3 = \frac{4+3}{2} \cdot a_2$$

$$n=4 \rightarrow a_4 = \frac{4+3}{2} \cdot a_3$$

$$n=5 \rightarrow a_5 = \frac{4+3}{2} \cdot a_4$$

$$n=6 \rightarrow a_6 = \frac{4+3}{2} \cdot a_5$$

$$a_6 = \frac{7}{2} \cdot \frac{8}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{10}{2} \cdot a_2$$

$$a_6 = 7 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 1$$

$$a_6 = 315$$

Cevap: E

$$37. \quad n=1 \text{ için } a_3 = 2 + a_2$$

$$n=2 \text{ için } a_4 = 3 + a_3$$

$$n=3 \text{ için } a_5 = 4 + a_4$$

$$n=4 \text{ için } a_6 = 5 + a_5$$

$$n=5 \text{ için } a_7 = 6 + a_6$$

elde edilen eşitlikler taraf tarafa toplanır;

$$\cancel{a_3} + \cancel{a_4} + \cancel{a_5} + \cancel{a_6} + a_7 = 20 + \cancel{a_2} + \cancel{a_3} + \cancel{a_4} + \cancel{a_5} + \cancel{a_6}$$

$$a_7 = 20 + a_2$$

$$a_7 - a_2 = 20 \text{ olur.}$$

Cevap: D

$$38. \quad a_{n+1} = 3^{n+1+1} \cdot (n+1)!$$

$$\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{3^{n+2} \cdot (n+1)!}{3^{n+1} \cdot n!} = 15$$

$$\frac{3^{n+2-n-1} \cdot (n+1) \cdot n!}{n!} = 15$$

$$3 \cdot (n+1) = 15$$

$$n+1 = 5$$

$$n = 4 \text{ olur.}$$

Cevap: B

$$39. \quad a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \text{ ifadesi}$$

$$n=7 \text{ için } a_9 = a_8 + a_7$$

$$n=8 \text{ için } a_{10} = a_9 + a_8$$

$$a_9 - a_{10} = \cancel{a_8} + a_7 - a_9 - \cancel{a_8}$$

$$2a_9 = a_{10} + a_7$$

$$2.8 = a_7 + a_{10}$$

$$\Rightarrow a_7 + a_{10} = 16 \text{ olur.}$$

Cevap: B

40. $n = 1$ için $a_2 - a_1 = 1 + 2 \cdot 0$
 $n = 2$ için $a_3 - a_2 = 1 + 2 \cdot 1$
 $n = 3$ için $a_4 - a_3 = 1 + 2 \cdot 2$
 $\vdots$
 $n = 16$ için $a_{17} - a_{16} = 1 + 2 \cdot 15$

$$a_{17} - a_1 = 1 + 1 + \dots + 1 + 2 \cdot (0 + 1 + 2 + \dots + 15)$$

16 adet

$$a_{17} - a_1 = 16 + 2 \cdot \frac{15 \cdot 16}{2}$$

$$a_{17} - 3 = 16 + 240$$

$$a_{17} - 3 = 256$$

$$a_{17} = 259$$

Cevap: D

41. $a_1 = 1$
 $a_2 = 1 + a_1 = 2$
 $a_3 = 3$
 $a_4 = 1 + a_3 = 4$
 $\vdots$
 $a_{14} = 1 + a_{13} = 14$
 $a_{15} = 15$

$$1 + 2 + \dots + 15 = \frac{15 \cdot 16}{2} = 120$$

Cevap: D

42. $a_{n+1} - a_n = n - 2$
 $n = 1$ için $a_2 - a_1 = -1$
 $n = 2$ için $a_3 - a_2 = 0$
 $n = 3$ için $a_4 - a_3 = 1$
 $\vdots$
 $n = 11$ için $a_{12} - a_{11} = 9$

$$a_{12} - a_1 = 44$$

Cevap: D

43. Genel kural $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ dir.

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= 1 \\ a_3 &= a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2 \Rightarrow a_3 = 2 \\ a_4 &= a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3 \Rightarrow a_4 = 3 \\ a_5 &= a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5 \Rightarrow a_5 = 5 \\ a_6 &= a_5 + a_4 = 5 + 3 = 8 \Rightarrow a_6 = 8 \\ a_7 &= a_6 + a_5 = 8 + 5 = 13 \Rightarrow a_7 = 13 \\ a_8 &= a_7 + a_6 = 13 + 8 = 21 \Rightarrow a_8 = 21 \\ a_9 &= a_8 + a_7 = 21 + 13 = 34 \Rightarrow a_9 = 34 \\ a_{10} &= a_9 + a_8 = 34 + 21 = 55 \Rightarrow a_{10} = 55 \\ a_{11} &= a_{10} + a_9 = 55 + 34 = 89 \Rightarrow a_{11} = 89 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{a_8 - a_3}{a_{11} + a_2} = \frac{21 - 2}{89 + 1} = \frac{19}{90} \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

44. $a_n = \frac{2^n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!}{(n-2)! \cdot 3^n \cdot 2^n} = \frac{n-1}{3^n}$

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{k}{3^k \cdot 3} \cdot \frac{3^k}{k-1} = \frac{k}{3(k-1)}$$

Cevap: A